

中华人民共和国国家标准

物理科学和技术中使用的数学符号

GB 3102.11—93

Mathematical signs and symbols for use in the physical
sciences and technology

代替 GB 3102.11—86

引言

本标准参照采用国际标准 ISO 31-11:1992《量和单位 第十一部分:物理科学和技术中使用的数学标志与符号》。

本标准是目前已经制定的有关量和单位的一系列国家标准之一,这一系列国家标准是:

- GB 3100 国际单位制及其应用;
- GB 3101 有关量、单位和符号的一般原则;
- GB 3102.1 空间和时间的量和单位;
- GB 3102.2 周期及其有关现象的量和单位;
- GB 3102.3 力学的量和单位;
- GB 3102.4 热学的量和单位;
- GB 3102.5 电学和磁学的量和单位;
- GB 3102.6 光及有关电磁辐射的量和单位;
- GB 3102.7 声学的量和单位;
- GB 3102.8 物理化学和分子物理学的量和单位;
- GB 3102.9 原子物理学和核物理学的量和单位;
- GB 3102.10 核反应和电离辐射的量和单位;
- GB 3102.11 物理科学和技术中使用的数学符号;
- GB 3102.12 特征数;
- GB 3102.13 固体物理学的量和单位。

上述国家标准贯彻了《中华人民共和国计量法》、《中华人民共和国标准化法》、国务院于1984年2月27日公布的《关于在我国统一实行法定计量单位的命令》和《中华人民共和国法定计量单位》。

本标准特殊说明:

变量(例如 x, y 等)、变动附标(例如 $\sum_i x_i$ 中的 i)及函数(例如 f, g 等)用斜体字母表示。点 A 、线段 AB 及弧 CD 用斜体字母表示。在特定场合中视为常数的参数(例如 a, b 等)也用斜体字母表示。

有定义的已知函数(例如 \sin, \exp, \ln, Γ 等)用正体字母表示。其值不变的数学常数(例如 $e = 2.718\ 281\ 8\dots, \pi = 3.141\ 592\ 6\dots, i^2 = -1$ 等)用正体字母表示。已定义的算子(例如 $\operatorname{div}, \delta x$ 中的 δ 及 df/dx 中的 d)也用正体字母表示。

数字表中数(例如 351 204, 1.32, 7/8)的表示用正体。

函数的自变量写在函数符号后的圆括号中,且函数符号与圆括号之间不留空隙,例如 $f(x), \cos(\omega t + \varphi)$ 。如果函数的符号由两个或更多的字母组成且自变量不含 $+, -, \times, \cdot$ 或 $/$ 等运算时,括于自变量的圆括号可以省略,这时在函数与自变量符号之间应留一空隙,例如 $\operatorname{ent} 2.4, \sin n\pi, \operatorname{arcosh} 2A$,

Ei x 。

为了避免混淆,常采用圆括号。例如不应将 $\cos(x)+y$ 或 $(\cos x)+y$ 写成 $\cos x+y$,因为后者可能被误解为 $\cos(x+y)$ 。

当一个表示式或方程式需断开、用两行或多行来表示时,最好在紧靠其中符号 $=, +, -, \pm, \mp, \times, \cdot$ 或 $/$ 后断开,而在下一行开头不应重复这一符号。

用来表示某确定物理量的标量、矢量和张量与坐标系的选择无关,尽管矢量或张量的分量与坐标系的选择有关。

对“矢量 \mathbf{a} 的分量”即 a_x, a_y 和 a_z 与“ \mathbf{a} 的分矢量”即 $a_x \mathbf{e}_x, a_y \mathbf{e}_y$ 和 $a_z \mathbf{e}_z$ 加以区别是重要的。

径矢量的笛卡儿分量等同于径矢量端点的笛卡儿坐标。

物理量中的矢量可写成数值矢量与单位相乘的形式,

例:

$$\mathbf{F} = \overbrace{(3 \text{ N}, -2 \text{ N}, 5 \text{ N})}^{\text{分量 } F_x} = \overbrace{(3, -2, 5)}^{\text{数值矢量}} \underset{\text{单位}}{\text{N}}$$

数值
单位
单位

这里的单位 N 为标量,同样的办法也适用于二阶和高阶张量。

本标准的主要内容以表格形式列出。

如果在表格的同一项号中所给出的数学符号或表示式多于一个时,它们应是等同的。但在列出的顺序中,总是将常用的数学符号、相应的名称或表示式靠前列出。

在本表格备注一栏中给出的是符号的使用说明和应用示例。

在本标准中,将国际标准 ISO 31-11:1992《量和单位 第十一部分:物理科学和技术中使用的数学标志与符号》称为[1],将原国家标准 GB 789—65《数学符号(试行草案)》称为[2]。

1 主题内容与适用范围

本标准规定了物理科学和技术中使用的数学符号的含义、读法和应用。

本标准规定物理科学、工程技术和有关的教学中一般常用的数学符号;过于专门的数学符号未列入。

2 物理科学和技术中使用的数学符号表

2.1 几何符号¹⁾

| 项号 | 符号 | 意义或读法 | 备注及示例 |
|---------|---------------------|---|--|
| 11-1.1 | \overline{AB}, AB | [直] ²⁾ 线段 AB the line segment AB | 用 $ AB $, AB 或小写的拉丁字母表示该直线段的长。 矢量的表示参阅 11-12.1 |
| 11-1.2 | \sphericalangle | [平面]角 plane angle | 参阅 GB 3102.1 的 1-1 及 1-1. a ~1-1. d |
| 11-1.3 | \widehat{AB} | 弧 AB the arc AB | 当 \widehat{AB} 为圆弧时, 可用 \widehat{AB} 表示圆弧 AB [对应]的度数 |
| 11-1.4 | π | 圆周率 ratio of the circumference of a circle to its diameter | 圆周长与直径的比, $\pi = 3.141\ 592\ 6\dots$ |
| 11-1.5 | \triangle | 三角形 triangle | |
| 11-1.6 | \square | 平行四边形 parallelogram | |
| 11-1.7 | \odot | 圆 circle | |
| 11-1.8 | \perp | 垂直 is perpendicular to | |
| 11-1.9 | \parallel, \equiv | 平行 is parallel to | \equiv 用于表示平行且相等 |
| 11-1.10 | \sim | 相似 is similar to | |
| 11-1.11 | \cong | 全等 is congruent to | |

1) 几何符号取材于[2]。

2) 行文中方括号内的文字表示可以略去或不读, 下同。

2.2 集合论符号

| 项号 | 符号 | 应用 | 意义或读法 | 备注及示例 |
|--------|-----------------|----------------------------|--|---|
| 11-2.1 | \in | $x \in A$ | x 属于 A ; x 是集合 A 的一个元[素] x belongs to A ; x is an element of the set A | 集合 A 可简称为集 A |
| 11-2.2 | \notin | $y \notin A$ | y 不属于 A ; y 不是集合 A 的一个元[素] y does not belong to A ; y is not an element of the set A | 也可用 \notin 或 $\bar{\in}$ |
| 11-2.3 | \ni | $A \ni x$ | 集 A 包含[元] x the set A contains x (as element) | |
| 11-2.4 | $\not\ni$ | $A \not\ni y$ | 集 A 不包含[元] y the set A does not contain y (as element) | 也可用 $\not\ni$ 或 $\bar{\ni}$ |
| 11-2.5 | $\{, \dots, \}$ | $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ | 诸元素 x_1, x_2, \dots, x_n 构成的集 set with elements x_1, x_2, \dots, x_n | 也可用 $\{x_i, i \in I\}$, 这里的 I 表示指标集 |
| 11-2.6 | $\{ \}$ | $\{x \in A p(x)\}$ | 使命题 $p(x)$ 为真的 A 中诸元[素]之集 set of those elements of A for which the proposition $p(x)$ is true | 例: $\{x \in R x \leq 5\}$, 如果从前后关系来看, 集 A 已很明确, 则可使用 $\{x p(x)\}$ 来表示, 例如: $\{x x \leq 5\}$ $\{x \in A p(x)\}$ 有时也可写成 $\{x \in A; p(x)\}$ 或 $\{x \in A; p(x)\}$ |
| 11-2.7 | card | card(A) | A 中诸元素的数目; A 的势(或基数) number of elements in A ; cardinal of A | |
| 11-2.8 | \emptyset | | 空集 the empty set | |

| 项号 | 符号 | 应用 | 意义或读法 | 备注及示例 |
|---------|--------------------------|----------------------|--|---|
| 11-2.9 | \mathbf{N}, \mathbf{N} | | 非负整数集; 自然数集 the set of positive integers and zero; the set of natural numbers | $\mathbf{N} = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$ 自 11-2.9 至 11-2.13 集内排除 0 的集, 应上标星号或下标 + 号, 例如 \mathbf{N}^* 或 \mathbf{N}_+ ; $\mathbf{N}_k = \{0, 1, \dots, k-1\}$ |
| 11-2.10 | \mathbf{Z}, \mathbf{Z} | | 整数集 the set of integers | $\mathbf{Z} = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$ 参阅 11-2.9 的备注 |
| 11-2.11 | \mathbf{Q}, \mathbf{Q} | | 有理数集 the set of rational numbers | 参阅 11-2.9 的备注 |
| 11-2.12 | \mathbf{R}, \mathbf{R} | | 实数集 the set of real numbers | 参阅 11-2.9 的备注 |
| 11-2.13 | \mathbf{C}, \mathbf{C} | | 复数集 the set of complex numbers | 参阅 11-2.9 的备注 |
| 11-2.14 | $[,]$ | $[a, b]$ | \mathbf{R} 中由 a 到 b 的闭区间 closed interval in \mathbf{R} from a (included) to b (included) | $[a, b] = \{x \in \mathbf{R} \mid a \leq x \leq b\}$ |
| 11-2.15 | $] ,]$ $(,)$ | $]a, b]$ (a, b) | \mathbf{R} 中由 a 到 b (含于内) 的左 半开区间 left half-open interval in \mathbf{R} from a (excluded) to b (included) | $]a, b] = \{x \in \mathbf{R} \mid a < x \leq b\}$ |
| 11-2.16 | $[, [$ $[,)$ | $[a, b[$ $[a, b)$ | \mathbf{R} 中由 a (含于内) 到 b 的右 半开区间 right half-open interval in \mathbf{R} from a (included) to b (excluded) | $[a, b[= \{x \in \mathbf{R} \mid a \leq x < b\}$ |
| 11-2.17 | $] , [$ | $]a, b[$ (a, b) | \mathbf{R} 中由 a 到 b 的开区间 open interval in \mathbf{R} from a (excluded) to b (excluded) | $]a, b[= \{x \in \mathbf{R} \mid a < x < b\}$ |

| 项号 | 符号 | 应用 | 意义或读法 | 备注及示例 |
|---------|-----------------|-----------------------|---|---|
| 11-2.18 | \subseteq | $B \subseteq A$ | B 含于 A ; B 是 A 的子集 B is included in A ; B is a subset of A | B 的每一元均属于 A , 也可以用 \subset |
| 11-2.19 | \subsetneq | $B \subsetneq A$ | B 真包含于 A ; B 是 A 的真子集 B is properly included in A ; B is a proper subset of A | B 的每一元均属于 A , 但 B 不等于 A |
| 11-2.20 | $\not\subseteq$ | $C \not\subseteq A$ | C 不包含于 A ; C 不是 A 的子集 C is not included in A ; C is not a subset of A | 也可用 $\not\subset$ |
| 11-2.21 | \supseteq | $A \supseteq B$ | A 包含 B [作为子集] A includes B (as subset) | A 包含了 B 的每一元, 也可用 \supset 。 $A \supseteq B$ 与 $B \subseteq A$ 的含义相同 |
| 11-2.22 | \supsetneq | $A \supsetneq B$ | A 真包含 B A includes B properly | A 包含了 B 的每一元, 但 A 不等于 B 。 $A \supsetneq B$ 与 $B \subsetneq A$ 的含义相同 |
| 11-2.23 | $\not\supseteq$ | $A \not\supseteq C$ | A 不包含 C [作为子集] A does not include C (as subset) | 也可用 $\not\supset$ 。 $A \not\supseteq C$ 与 $C \not\subseteq A$ 的含义相同 |
| 11-2.24 | \cup | $A \cup B$ | A 与 B 的并集 union of A and B | 属于 A 或属于 B 或属于两者的所有元的集。 $A \cup B = \{x x \in A \vee x \in B\}$ 参阅 11-3.2 |
| 11-2.25 | \cup | $\bigcup_{i=1}^n A_i$ | 诸集 A_1, \dots, A_n 的并集 union of a collection of sets A_1, \dots, A_n | $\bigcup_{i=1}^n A_i = A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n$ 至少属于诸集 A_1, \dots, A_n 之一的所有元的集。 也可用 $\bigcup_{i \in I} A_i$ 与 $\bigcup_{i \in I}$, 其中 I 表示指标集 |

| 项号 | 符号 | 应用 | 意义或读法 | 备注及示例 |
|---------|---------------|--------------------------|--|---|
| 11-2.26 | \cap | $A \cap B$ | A 与 B 的交集 intersection of A and B | 所有既属于 A 又属于 B 的元的集。 $A \cap B = \{x x \in A \wedge x \in B\}$ 参阅 11-3.1 |
| 11-2.27 | \bigcap | $\bigcap_{i=1}^n A_i$ | 诸集 A_1, \dots, A_n 的交集 intersection of a collection of sets A_1, \dots, A_n | $\bigcap_{i=1}^n A_i = A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_n$ 共属于诸集 A_1, A_2, \dots, A_n 的所有元的集。 也可用 $\bigcap_{i \in I} A_i$ 与 $\bigcap_{i \in I}$, 其中 I 表示指标集 |
| 11-2.28 | \setminus | $A \setminus B$ | A 与 B 之差; A 减 B difference of A and B; A minus B | 所有属于 A 但不属于 B 的元的集。 $A \setminus B = \{x x \in A \wedge x \notin B\}$ 不用 $A - B$ |
| 11-2.29 | \complement | $\complement_A B$ | A 中子集 B 的补集或余集 complement of subset B of A | A 中不属于子集 B 的所有元的集。 $\complement_A B = \{x x \in A \wedge x \notin B\}$ 如果行文中集 A 已很明确, 则常可省去符号 A。 也可写成 $\complement_A B = A \setminus B$ |
| 11-2.30 | $(,)$ | (a, b) | 有序偶 a, b ; 偶 a, b ordered pair a, b ; couple a, b | $(a, b) = (c, d)$ 当且仅当 $a = c$ 及 $b = d$ 不与其他符号混淆时, 也可用 $\langle a, b \rangle$ |
| 11-2.31 | $(, \dots,)$ | (a_1, a_2, \dots, a_n) | 有序 n 元组 ordered n-tuplet | 也可用 $\langle a_1, a_2, \dots, a_n \rangle$ |
| 11-2.32 | \times | $A \times B$ | A 与 B 的笛卡儿积 cartesian product of A and B | 所有由 $a \in A$ 与 $b \in B$ 作成的有序偶 (a, b) 的集。 $A \times B = \{(a, b) a \in A \wedge b \in B\}$ $A \times A \times \dots \times A$ 记成 A^n , 其中 n 为乘积中的因子数 |

| 项号 | 符号 | 应用 | 意义或读法 | 备注及示例 |
|---------|----------|------------|---|--|
| 11-2.33 | Δ | Δ_A | $A \times A$ 中点对 (x, x) 的集, 其中 $x \in A$; $A \times A$ 的对角集 set of pairs (x, x) of $A \times A$, where $x \in A$; diagonal of the set $A \times A$ | $\Delta_A = \{(x, x) x \in A\}$ 也可用 id_A |

2.3 数理逻辑符号

| 项号 | 符号 | 应用 | 符号名称 | 意义、读法及备注 |
|--------|-------------------|--|--------------------------------|--|
| 11-3.1 | \wedge | $p \wedge q$ | 合取符号 conjunction sign | p 和 q |
| 11-3.2 | \vee | $p \vee q$ | 析取符号 disjunction sign | p 或 q |
| 11-3.3 | \neg | $\neg p$ | 否定符号 negation sign | p 的否定; 不是 p ; 非 p |
| 11-3.4 | \Rightarrow | $p \Rightarrow q$ | 推断符号 implication sign | 若 p 则 q ; p 蕴含 q 也可写为 $q \Leftarrow p$ 有时也用 \rightarrow |
| 11-3.5 | \Leftrightarrow | $p \Leftrightarrow q$ | 等价符号 equivalence sign | $p \Rightarrow q$ 且 $q \Rightarrow p$; p 等价于 q 有时也用 \leftrightarrow |
| 11-3.6 | \forall | $\forall x \in A \ p(x)$ $(\forall x \in A) \ p(x)$ | 全称量词 universal quantifier | 命题 $p(x)$ 对于每一个属于 A 的 x 为真。 当考虑的集合 A 从上下文看很明白时, 可用记号 $\forall x \ p(x)$ |
| 11-3.7 | \exists | $\exists x \in A \ p(x)$ $(\exists x \in A) \ p(x)$ | 存在量词 existential quantifier | 存在 A 中的元 x 使 $p(x)$ 为真。 当考虑的集合 A 从上下文看很明白时, 可用记号 $\exists x \ p(x)$ 。 $\exists!$ 或 $\overset{!}{\exists}$ 用来表示存在一个且只有一个元素使 $p(x)$ 为真 |

2.4 杂类符号

| 项号 | 符号 | 应用 | 意义或读法 | 备注及示例 |
|---------|----------------------------|--------------------------------|--|--|
| 11-4.1 | = | $a=b$ | a 等于 b a is equal to b | \equiv 用来强调这一等式是数学上的恒等[式] |
| 11-4.2 | \neq | $a \neq b$ | a 不等于 b a is not equal to b | |
| 11-4.3 | $\stackrel{\text{def}}{=}$ | $a \stackrel{\text{def}}{=} b$ | 按定义 a 等于 b 或 a 以 b 为定义 a is definition equal to b | 例: $p \stackrel{\text{def}}{=} mv$ 式中 p 为动量, m 为质量, v 为速度 也可用 $\stackrel{\text{d}}{=}$ |
| 11-4.4 | \triangleq | $a \triangleq b$ | a 相当于 b a corresponds to b | 例如在地图上当 1 cm 相当于 10 km 长时, 可写成 $1 \text{ cm} \triangleq 10 \text{ km}$ |
| 11-4.5 | \approx | $a \approx b$ | a 约等于 b a is approximately equal to b | 符号 \approx 被用于“渐近等于”; 参阅 11-6.11 |
| 11-4.6 | \propto | $a \propto b$ | a 与 b 成正比 a is proportional to b | 在[1]中也用 \sim |
| 11-4.7 | : | $a : b$ | a 比 b ratio of a to b | 选自[2] |
| 11-4.8 | < | $a < b$ | a 小于 b a is less than b | |
| 11-4.9 | > | $b > a$ | b 大于 a b is greater than a | |
| 11-4.10 | \leq | $a \leq b$ | a 小于或等于 b a is less than or equal to b | 不用 \leq |
| 11-4.11 | \geq | $b \geq a$ | b 大于或等于 a b is greater than or equal to a | 不用 \geq |
| 11-4.12 | \ll | $a \ll b$ | a 远小于 b a is much less than b | |
| 11-4.13 | \gg | $b \gg a$ | b 远大于 a b is much greater than a | |

| 项号 | 符号 | 应用 | 意义或读法 | 备注及示例 |
|---------|----------|-----------------------|------------------------------|---|
| 11-4.14 | ∞ | | 无穷[大]或无限[大] infinity | |
| 11-4.15 | \sim | $a \sim b$ | 数字范围 the range of numbers | 这里的 a 和 b 为不同的实数， 例如 5~10 表示由 5 至 10。 选自[2] |
| 11-4.16 | | 13.59 | 小数点 decimal point | 整数和小数之间用处于下方位置的小数点“.”分开。 参阅 GB 3101 的 3.3.2 |
| 11-4.17 | | $3.12\dot{3}8\dot{2}$ | 循环小数 circulator | 即: 3.123 823 82... |
| 11-4.18 | % | 5%~10% | 百分率 percent | ~前的%不应省略 |
| 11-4.19 | () | | 圆括号 parentheses | |
| 11-4.20 | [] | | 方括号 square brackets | |
| 11-4.21 | { } | | 花括号 braces | |
| 11-4.22 | < > | | 角括号 angle brackets | |
| 11-4.23 | ± | | 正或负 positive or negative | |
| 11-4.24 | ∓ | | 负或正 negative or positive | |
| 11-4.25 | max | | 最大 maximum | |
| 11-4.26 | min | | 最小 minimum | |

2.5 运算符号

| 项号 | 符号,应用 | 意义或读法 | 备注及示例 |
|---------|--|--|--|
| 11-5.1 | $a+b$ | a 加 b a plus b | |
| 11-5.2 | $a-b$ | a 减 b a minus b | |
| 11-5.3 | $a\pm b$ | a 加或减 b a plus or minus b | |
| 11-5.4 | $a\mp b$ | a 减或加 b a minus or plus b | $-(a\pm b)=-a\mp b$ |
| 11-5.5 | $ab, a\cdot b, a\times b$ | a 乘以 b a multiplied by b | 参阅 11-2.32, 11-12.6 及 11-12.7。 数的乘号用叉(\times)或上下居中的圆点(\cdot)。如出现小数点符号时,数的相乘只能用叉。 参阅GB 3101的3.1.3和3.3.3 |
| 11-5.6 | $\frac{a}{b}, a/b, ab^{-1}$ | a 除以 b 或 a 被 b 除 a divided by b | 参阅 GB 3101 的 3.1.3 |
| 11-5.7 | $\sum_{i=1}^n a_i$ | $a_1+a_2+\dots+a_n$ | 也可记为 $\sum_{i=1}^n a_i, \sum_i a_i, \sum_i a_i, \sum a_i$ $\sum_{i=1}^{\infty} a_i = a_1 + a_2 + \dots + a_n + \dots$ |
| 11-5.8 | $\prod_{i=1}^n a_i$ | $a_1 \cdot a_2 \cdot \dots \cdot a_n$ | 也可记为 $\prod_{i=1}^n a_i, \prod_i a_i, \prod_i a_i, \prod a_i$ $\prod_{i=1}^{\infty} a_i = a_1 \cdot a_2 \cdot \dots \cdot a_n \cdot \dots$ |
| 11-5.9 | a^p | a 的 p 次方或 a 的 p 次幂 a to the power p | |
| 11-5.10 | $a^{1/2}, a^{\frac{1}{2}}, \sqrt{a}, \sqrt{a}$ | a 的二分之一次方; a 的平方根 a to the power 1/2; square root of a | 参阅 11-5.11 |

| 项号 | 符号,应用 | 意义或读法 | 备注及示例 |
|---------|---|---|---|
| 11-5.11 | $a^{1/n}, a^{\frac{1}{n}},$ $\sqrt[n]{a}, \sqrt[n]{a}$ | a 的 n 分之一次方; a 的 n 次方根 a to the power $1/n$; n th root of a | 在使用符号 $\sqrt{\quad}$ 或 $\sqrt[n]{\quad}$ 时,为了避免混淆,应采用括号把被开方的复杂表示式括起来 |
| 11-5.12 | $ a $ | a 的绝对值; a 的模 absolute value of a ; modules of a | 也可用 $\text{abs } a$ |
| 11-5.13 | $\text{sgn } a$ | a 的符号函数 signum a | 对于实数 a : $\text{sgn } a = \begin{cases} 1 & \text{当 } a > 0 \\ 0 & \text{当 } a = 0 \\ -1 & \text{当 } a < 0 \end{cases}$ 对于复数 a ,参阅 11-9.7 |
| 11-5.14 | $\bar{a}, \langle a \rangle$ | a 的平均值 mean value of a | 如果平均值的求法在文中不明了,则应指出其形成的方法。若 \bar{a} 容易与 a 的复共轭混淆时,就用 $\langle a \rangle$ |
| 11-5.15 | $n!$ | n 的阶乘 factorial n | $n \geq 1$ 时, $n! = \prod_{k=1}^n k = 1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times n$ $n = 0$ 时, $n! = 1$ |
| 11-5.16 | $\binom{n}{p}, C_n^p$ | 二项式系数;组合数 binomial coefficient n, p | $\binom{n}{p} = \frac{n!}{p!(n-p)!}$ |
| 11-5.17 | $\text{ent } a, E(a)$ | 小于或等于 a 的最大整数; 示性 a the greatest integer less than or equal to a ; characteristic of a | 例: $\text{ent } 2.4 = 2$ $\text{ent}(-2.4) = -3$ 有时也用 $[a]$ |

2.6 函数符号

| 项号 | 符号,应用 | 意义或读法 | 备注及示例 |
|---------|--|---|--|
| 11-6.1 | f | 函数 f function f | 也可以表示为 $x \mapsto f(x)$ |
| 11-6.2 | $f(x)$ $f(x, y, \dots)$ | 函数 f 在 x 或在 (x, y, \dots) 的值 value of the function f at x or at (x, y, \dots) respectively | 也表示以 x, y, \dots 为自变量的函数 f |
| 11-6.3 | $f(x) _a^b$ $[f(x)]_a^b$ | $f(b) - f(a)$ | 这种表示法主要用于定积分计算 |
| 11-6.4 | $g \circ f$ | f 与 g 的合成函数或复合函数 the composite function of f and g | $(g \circ f)(x) = g(f(x))$ |
| 11-6.5 | $x \rightarrow a$ | x 趋于 a x tends to a | 用 $x_n \rightarrow a$ 表示序列 $\{x_n\}$ 的极限为 a |
| 11-6.6 | $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ | x 趋于 a 时 $f(x)$ 的极限 limit of $f(x)$ as x tends to a | $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = b$ 可以写为: $f(x) \rightarrow b$ 当 $x \rightarrow a$ 右极限及左极限可分别表示为: $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x)$ 和 $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x)$ |
| 11-6.7 | $\overline{\lim}$ | 上极限 superior limit | |
| 11-6.8 | $\underline{\lim}$ | 下极限 inferior limit | |
| 11-6.9 | \sup | 上确界 supremum | |
| 11-6.10 | \inf | 下确界 infimum | 11-6.7 至 11-6.10 取材于[2] |
| 11-6.11 | \simeq | 渐近等于 is asymptotically equal to | 例: $\frac{1}{\sin(x-a)} \simeq \frac{1}{x-a}$ 当 $x \rightarrow a$ |

| 项号 | 符号,应用 | 意义或读法 | 备注及示例 |
|---------|--|---|--|
| 11-6.12 | $O(g(x))$ | $f(x)=O(g(x))$ 的含义为 $ f(x)/g(x) $ 在行文所述的 极限中有上界 $ f(x)/g(x) $ is bounded above in the limit implied by the context | 当 f/g 与 g/f 都有界时,称 f 与 g 是同阶的 |
| 11-6.13 | $o(g(x))$ | $f(x)=o(g(x))$ 表示在行文 所述的极限中 $f(x)/g(x)$ $\rightarrow 0$ $f(x)/g(x) \rightarrow 0$ in the limit implied by the context | |
| 11-6.14 | Δx | x 的[有限]增量 (finite) increment of x | |
| 11-6.15 | $\frac{df}{dx}$ df/dx f' | 单变量函数 f 的导[函]数 或微商 derivative of the function f of one variable | 也可用 Df 。 即: $\frac{df(x)}{dx}$, $df(x)/dx, f'(x), Df(x)$ 。 如自变量为时间 t ,也可用 f 表示 df/dt |
| 11-6.16 | $\left(\frac{df}{dx}\right)_{x=a}$ $(df/dx)_{x=a}$ $f'(a)$ | 函数 f 的导[函]数在 a 的 value at a of the derivative of the function f | 也可用 $\frac{df}{dx}\Big _{x=a}$ 或 $Df(a)$ |
| 11-6.17 | $\frac{d^n f}{dx^n}$ $d^n f/dx^n$ $f^{(n)}$ | 单变量函数 f 的 n 阶导函数 n th derivative of the function f of one variable | 也可用 $D^n f$ 。 当 $n=2,3$ 时,也可用 f'', f''' 来 代替 $f^{(n)}$ 。如自变量是时间 t ,可 用 f 来代替 $\frac{d^2 f}{dt^2}$ |
| 11-6.18 | $\frac{\partial f}{\partial x}$ $\partial f/\partial x$ $\partial_x f$ | 多变量 x, y, \dots 的函数 f 对 于 x 的偏微商或偏导数 partial derivative of the function f of several variables x, y, \dots with respect to x | 即: $\frac{\partial f(x, y, \dots)}{\partial x}$, $\partial f(x, y, \dots)/\partial x, \partial_x f(x, y, \dots)$ 。 也可用 f_x 或 $\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)_{y, \dots}$ $D_x = \frac{1}{i} \partial_x$ 等常用于 Fourier 变换 |

| 项号 | 符号,应用 | 意义或读法 | 备注及示例 |
|---------|--|---|---|
| 11-6.19 | $\frac{\partial^{m+n} f}{\partial x^n \partial y^m}$ | 函数 f 先对 y 求 m 次偏微商, 再对 x 求 n 次偏微商; 混合偏导数 nth partial derivative of the function $\partial^m f / \partial y^m$ of several variables x, y, \dots with respect to x ; mixed partial derivative | |
| 11-6.20 | $\frac{\partial(u, v, w)}{\partial(x, y, z)}$ | u, v, w 对 x, y, z 的函数行列式 Jacobian; functional determinant of the functions u, v, w with respect to x, y, z | 即: $\begin{vmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} & \frac{\partial u}{\partial y} & \frac{\partial u}{\partial z} \\ \frac{\partial v}{\partial x} & \frac{\partial v}{\partial y} & \frac{\partial v}{\partial z} \\ \frac{\partial w}{\partial x} & \frac{\partial w}{\partial y} & \frac{\partial w}{\partial z} \end{vmatrix}$ 11-6.19 与 11-6.20 选自[2] |
| 11-6.21 | df | 函数 f 的全微分 total differential of the function f | $df(x, y, \dots) = \frac{\partial f}{\partial x} dx + \frac{\partial f}{\partial y} dy + \dots$ |
| 11-6.22 | δf | 函数 f 的(无穷小)变分 (infinitesimal) variation of the function f | |
| 11-6.23 | $\int f(x) dx$ | 函数 f 的不定积分 an indefinite integral of the function f | |
| 11-6.24 | $\int_a^b f(x) dx$ $\int_a^b f(x) dx$ | 函数 f 由 a 至 b 的定积分 definite integral of the function f from a to b | |
| 11-6.25 | $\iint_A f(x, y) dA$ | 函数 $f(x, y)$ 在集合 A 上的二重积分 the double integral of function $f(x, y)$ over set A | 选自[2]。 $\int_C, \int_S, \int_V, \oint$ 分别用于沿曲线 C , 沿曲面 S , 沿体积 V 以及沿闭曲线或闭曲面的积分 |

| 项号 | 符号,应用 | 意义或读法 | 备注及示例 |
|---------|------------------|---|--|
| 11-6.26 | δ_{ik} | 克罗内克 δ 符号 Kronecker delta symbol | $\delta_{ik} = \begin{cases} 1 & \text{当 } i = k \\ 0 & \text{当 } i \neq k \end{cases}$ 式中 i 与 k 均为整数 |
| 11-6.27 | ϵ_{ijk} | 勒维-契维塔符号 Levi-Civita symbol | $\epsilon_{ijk} = \begin{cases} 1 & \text{若 } ijk \text{ 为 } 1,2,3 \text{ 的偶排列} \\ -1 & \text{若 } ijk \text{ 为 } 1,2,3 \text{ 的奇排列} \\ 0 & \text{若 } ijk \text{ 为 } 1,2,3 \text{ 的真重复} \\ & \text{排列} \end{cases}$ |
| 11-6.28 | $\delta(x)$ | 狄拉克 δ 分布[函数] Dirac delta distribution (function) | $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)\delta(x)dx = f(0)$ |
| 11-6.29 | $\epsilon(x)$ | 单位阶跃函数;海维赛函数 unit step function; Heaviside function | $\epsilon(x) = \begin{cases} 1 & \text{当 } x > 0 \\ 0 & \text{当 } x < 0 \end{cases}$ 也可用 $H(x)$ $\vartheta(t)$ 用于时间的单位阶跃函数 |
| 11-6.30 | $f * g$ | f 与 g 的卷积 convolution of f and g | $(f * g)(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(y)g(x-y)dy$ |

2.7 指数函数和对数函数符号

| 项号 | 符号,表达式 | 意义或读法 | 备注及示例 |
|--------|---------------|--|--|
| 11-7.1 | a^x | x 的指数函数(以 a 为底) exponential function (to the base a) of x | 比较 11-5.9 |
| 11-7.2 | e | 自然对数的底 base of natural logarithms | $e = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = 2.718\ 281\ 8\cdots$ |
| 11-7.3 | $e^x, \exp x$ | x 的指数函数(以 e 为底) exponential function (to the base e) of x | 在同一场合中,只用其中一种 符号 |

| 项号 | 符号,表达式 | 意义或读法 | 备注及示例 |
|--------|----------------|--|--|
| 11-7.4 | $\log_a x$ | 以 a 为底的 x 的对数 logarithm to the base a of x | 当底数不必指出时,常用 $\log x$ 表示 |
| 11-7.5 | $\ln x$ | $\ln x = \log_e x$ x 的自然对数 natural logarithm of x | $\log x$ 不能用来代替 $\ln x, \lg x, \text{lb } x$ 或 $\log_e x, \log_{10} x, \log_2 x$ |
| 11-7.6 | $\lg x$ | $\lg x = \log_{10} x$ x 的常用对数 common (decimal) logarithm of x | 参阅 11-7.5 的备注 |
| 11-7.7 | $\text{lb } x$ | $\text{lb } x = \log_2 x$ x 的以 2 为底的对数 binary logarithm of x | 参阅 11-7.5 的备注 |

2.8 三角函数¹⁾和双曲函数符号

| 项号 | 符号,表达式 | 意义或读法 | 备注及示例 |
|--------|----------|-----------------------------|--|
| 11-8.1 | $\sin x$ | x 的正弦 sine of x | |
| 11-8.2 | $\cos x$ | x 的余弦 cosine of x | |
| 11-8.3 | $\tan x$ | x 的正切 tangent of x | 也可用 $\text{tg } x$ |
| 11-8.4 | $\cot x$ | x 的余切 cotangent of x | $\cot x = 1/\tan x$ |
| 11-8.5 | $\sec x$ | x 的正割 secant of x | $\sec x = 1/\cos x$ |
| 11-8.6 | $\csc x$ | x 的余割 cosecant of x | 也可用 $\text{cosec } x$ $\csc x = 1/\sin x$ |

1) 在[1]中称为圆函数。

| 项号 | 符号,表达式 | 意义或读法 | 备注及示例 |
|---------|---------------------------|---|--|
| 11-8.7 | $\sin^m x$ | $\sin x$ 的 m 次方 sin x to the power m | 选自[2]。 其他三角函数和双曲函数的 m 次方的表示法类似 |
| 11-8.8 | $\arcsin x$ | x 的反正弦 arc sine of x | $y = \arcsin x \Leftrightarrow x = \sin y,$ $-\pi/2 \leq y \leq \pi/2$ 反正弦函数是正弦函数在上述限制下的反函数 |
| 11-8.9 | $\arccos x$ | x 的反余弦 arc cosine of x | $y = \arccos x \Leftrightarrow x = \cos y,$ $0 \leq y \leq \pi$ 反余弦函数是余弦函数在上述限制下的反函数 |
| 11-8.10 | $\arctan x$ | x 的反正切 arc tangent of x | 也可用 $\operatorname{arctg} x$ 。 $y = \arctan x \Leftrightarrow x = \tan y,$ $-\pi/2 < y < \pi/2$ 反正切函数是正切函数在上述限制下的反函数 |
| 11-8.11 | $\operatorname{arccot} x$ | x 的反余切 arc cotangent of x | $y = \operatorname{arccot} x \Leftrightarrow x = \cot y,$ $0 < y < \pi$ 反余切函数是余切函数在上述限制下的反函数 |
| 11-8.12 | $\operatorname{arcsec} x$ | x 的反正割 arc secant of x | $y = \operatorname{arcsec} x \Leftrightarrow x = \sec y,$ $0 \leq y \leq \pi, y \neq \pi/2$ 反正割函数是正割函数在上述限制下的反函数 |
| 11-8.13 | $\operatorname{arccsc} x$ | x 的反余割 arc cosecant of x | 也可用 $\operatorname{arccosec} x$ 。 $y = \operatorname{arccsc} x \Leftrightarrow x = \csc y,$ $-\pi/2 \leq y \leq \pi/2, y \neq 0$ 反余割函数是余割函数在上述限制下的反函数。 对于 11-8.8 至 11-8.13 各项不采用 $\sin^{-1} x, \cos^{-1} x$ 等符号, 因为可能被误解为 $(\sin x)^{-1}, (\cos x)^{-1}$ 等 |

| 项号 | 符号,表达式 | 意义或读法 | 备注及示例 |
|---------|--------------------|---|--|
| 11-8.14 | $\sinh x$ | x 的双曲正弦 hyperbolic sine of x | 也可用 $\text{sh } x$ |
| 11-8.15 | $\cosh x$ | x 的双曲余弦 hyperbolic cosine of x | 也可用 $\text{ch } x$ |
| 11-8.16 | $\tanh x$ | x 的双曲正切 hyperbolic tangent of x | 也可用 $\text{th } x$ |
| 11-8.17 | $\coth x$ | x 的双曲余切 hyperbolic cotangent of x | $\coth x = 1/\tanh x$ |
| 11-8.18 | $\text{sech } x$ | x 的双曲正割 hyperbolic secant of x | $\text{sech } x = 1/\cosh x$ |
| 11-8.19 | $\text{csch } x$ | x 的双曲余割 hyperbolic cosecant of x | 也可用 $\text{cosech } x$ 。 $\text{csch } x = 1/\sinh x$ |
| 11-8.20 | $\text{arsinh } x$ | x 的反双曲正弦 inverse hyperbolic sine of x | 也可用 $\text{arsh } x$ 。 $y = \text{arsinh } x \Leftrightarrow x = \sinh y$ 反双曲正弦函数是双曲正弦函数的反函数 |
| 11-8.21 | $\text{arcosh } x$ | x 的反双曲余弦 inverse hyperbolic cosine of x | 也可用 $\text{arch } x$ 。 $y = \text{arcosh } x \Leftrightarrow x = \cosh y$, $y \geq 0$ 反双曲余弦函数是双曲余弦函数在上述限制下的反函数 |
| 11-8.22 | $\text{artanh } x$ | x 的反双曲正切 inverse hyperbolic tangent of x | 也可用 $\text{arth } x$ 。 $y = \text{artanh } x \Leftrightarrow x = \tanh y$ 反双曲正切函数是双曲正切函数的反函数 |
| 11-8.23 | $\text{arcoth } x$ | x 的反双曲余切 inverse hyperbolic cotangent of x | $y = \text{arcoth } x \Leftrightarrow x = \coth y$, $y \neq 0$ 反双曲余切函数是双曲余切函数在上述限制下的反函数 |

| 项号 | 符号,表达式 | 意义或读法 | 备注及示例 |
|---------|---------------------------|--|---|
| 11-8.24 | $\operatorname{arsech} x$ | x 的反双曲正割 inverse hyperbolic secant of x | $y = \operatorname{arsech} x \Leftrightarrow x = \operatorname{sech} y,$ $y \geq 0$ 反双曲正割函数是双曲正割函数在上述限制下的反函数 |
| 11-8.25 | $\operatorname{arcsch} x$ | x 的反双曲余割 inverse hyperbolic cosecant of x | 也可用 $\operatorname{arcosech} x$ 。 $y = \operatorname{arcsch} x \Leftrightarrow x = \operatorname{csch} y,$ $y \neq 0$ 反双曲余割函数是双曲余割函数在上述限制下的反函数。 对于反双曲函数,不应使用 $\sinh^{-1} x, \cosh^{-1} x$ 等符号,因为可能被误解为 $(\sinh x)^{-1}, (\cosh x)^{-1}$ 等 |

2.9 复数符号

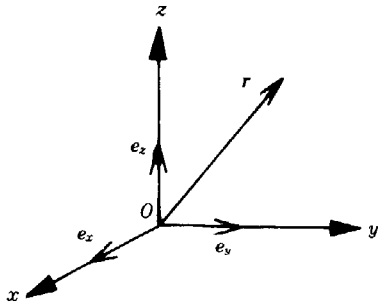
| 项号 | 符号,表达式 | 意义或读法 | 备注及示例 |
|--------|------------------------|---|--|
| 11-9.1 | i, j | 虚数单位, $i^2 = -1$ imaginary unit | 在电工技术中常用 j , 参阅 GB 3102.5 的 5-44.1 的备注 |
| 11-9.2 | $\operatorname{Re} z$ | z 的实部 real part of z | |
| 11-9.3 | $\operatorname{Im} z$ | z 的虚部 imaginary part of z | $z = x + iy$ 其中 $x = \operatorname{Re} z, y = \operatorname{Im} z$ |
| 11-9.4 | $ z $ | z 的绝对值; z 的模 absolute value of z ; modulus of z | 也可用 $\operatorname{mod} z$ |
| 11-9.5 | $\arg z$ | z 的辐角; z 的相 argument of z ; phase of z | $z = re^{i\varphi}$ 其中 $r = z , \varphi = \arg z,$ 即 $\operatorname{Re} z = r \cos \varphi, \operatorname{Im} z = r \sin \varphi$ |
| 11-9.6 | z^* | z 的[复]共轭 (complex) conjugate of z | 有时用 \bar{z} 代替 z^* |
| 11-9.7 | $\operatorname{sgn} z$ | z 的单位模函数 signum z | 当 $z \neq 0$ 时, $\operatorname{sgn} z = z/ z = \exp(i \arg z);$ 当 $z = 0$ 时, $\operatorname{sgn} z = 0$ |

2.10 矩阵符号

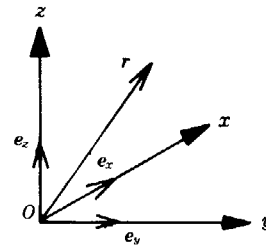
| 项号 | 符号,表达式 | 意义或读法 | 备注及示例 |
|----------|--|--|--|
| 11-10.1 | A $\begin{pmatrix} A_{11} \cdots A_{1n} \\ \vdots \\ A_{m1} \cdots A_{mn} \end{pmatrix}$ | $m \times n$ 型的矩阵 A matrix A of type m by n | 也可用 $A = (A_{ij})$, A_{ij} 是矩阵 A 的元素; m 为行数, n 为列数。当 $m = n$ 时, A 称为[正]方阵。矩阵元可用小写字母表示。 也可用方括号代替矩阵表示中的圆括号 |
| 11-10.2 | AB | 矩阵 A 与 B 的积 product of matrices A and B | $(AB)_{ik} = \sum_j A_{ij} B_{jk}$ 式中 A 的列数必须等于 B 的行数 |
| 11-10.3 | E, I | 单位矩阵 unit matrix | 方阵的元素 $E_{ik} = \delta_{ik}$, 参阅 11-6.26 |
| 11-10.4 | A^{-1} | 方阵 A 的逆 inverse of the square matrix A | $AA^{-1} = A^{-1}A = E$ |
| 11-10.5 | A^T, \tilde{A} | A 的转置矩阵 transpose matrix of A | $(A^T)_{ik} = A_{ki}$ 也可用 A' |
| 11-10.6 | A^* | A 的复共轭矩阵 complex conjugate matrix of A | $(A^*)_{ik} = (A_{ik})^* = A_{ik}^*$ 在数学中也常用 \bar{A} |
| 11-10.7 | A^H, A^\dagger | A 的厄米特共轭矩阵 Hermitian conjugate matrix of A | $(A^H)_{ik} = (A_{ki})^* = A_{ki}^*$ 在数学中也常用 A^* |
| 11-10.8 | $\det A$ $\begin{vmatrix} A_{11} \cdots A_{1n} \\ \vdots \\ A_{n1} \cdots A_{nn} \end{vmatrix}$ | 方阵 A 的行列式 determinant of the square matrix A | |
| 11-10.9 | $\text{tr } A$ | 方阵 A 的迹 trace of the square matrix A | $\text{tr } A = \sum_i A_{ii}$ |
| 11-10.10 | $\ A\ $ | 矩阵 A 的范数 norm of the matrix A | 矩阵的范数有各种定义, 例如范数 $\ A\ = (\text{tr}(AA^H))^{1/2}$ |

2.11 坐标系符号

| 项号 | 坐标 | 径矢量及其微分 | 坐标系名称 | 备注 |
|---|----------------------|--|------------------------------------|--|
| 11-11.1 | x, y, z | $r = xe_x + ye_y + ze_z,$ $dr = dx e_x + dy e_y + dz e_z$ | 笛卡儿坐标 cartesian coordinates | e_x, e_y 与 e_z 组成一标准正交右手系, 见图 1 |
| 11-11.2 | ρ, φ, z | $r = \rho e_\rho(\varphi) + ze_z, dr =$ $d\rho e_\rho(\varphi) + \rho d\varphi e_\varphi(\varphi) + dz e_z$ | 圆柱坐标 cylindrical coordinates | e_ρ, e_φ 与 e_z 组成一标准正交右手系, 见图 3 和图 4。 若 $z=0$, 则 ρ 与 φ 成为极坐标 |
| 11-11.3 | r, θ, φ | $r = re_r(\theta, \varphi), dr = dr e_r(\theta, \varphi) +$ $r d\theta e_\theta(\theta, \varphi) + r \sin \theta d\varphi e_\varphi(\varphi)$ | 球坐标 spherical coordinates | e_r, e_θ 与 e_φ 组成一标准正交右手系, 见图 3 和图 5 |
| 注: 如果为了某些目的, 例外地使用左手坐标系(见图 2)时, 必须明确地说出, 以免引起符号错误 | | | | |



x 轴方向朝外
图 1 右手笛卡儿坐标系



x 轴方向朝里
图 2 左手笛卡儿坐标系

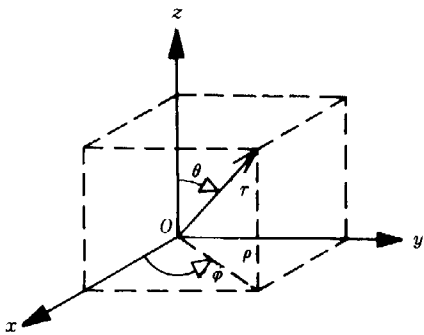


图 3 $Oxyz$ 是右手坐标系

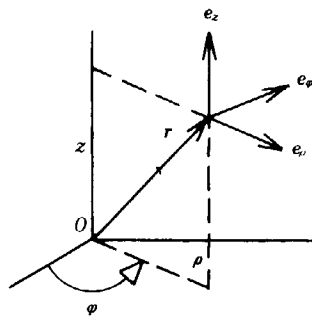


图 4 右手柱坐标

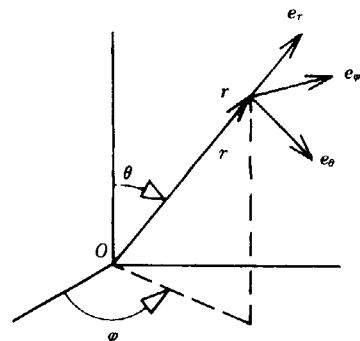


图 5 右手球坐标

2.12 矢量和张量符号

| 项号 | 符号,表达式 | 意义或读法 | 备注及示例 |
|---------|--|---|---|
| 11-12.1 | \mathbf{a} \vec{a} | 矢量或向量 \mathbf{a} vector \mathbf{a} | 这里,笛卡儿坐标用 x, y, z 或 x_1, x_2, x_3 表示,在后一种情况,指标 i, j, k, l 从 1 到 3 取值,并采用下面的求和约定:如果在一项中某个指标出现两次,则表示该指标对 1, 2, 3 求和。 印刷用黑体 \mathbf{a} , 书写用 \vec{a} |
| 11-12.2 | a $ \mathbf{a} $ | 矢量 \mathbf{a} 的模或长度 magnitude of vector \mathbf{a} | 也可用 $\ \mathbf{a}\ $ |
| 11-12.3 | \mathbf{e}_a | \mathbf{a} 方向的单位矢量 unit vector in the direction of \mathbf{a} | $\mathbf{e}_a = \mathbf{a}/ \mathbf{a} $ $\mathbf{a} = a\mathbf{e}_a$ |
| 11-12.4 | $\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y, \mathbf{e}_z$ $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$ \mathbf{e}_i | 在笛卡儿坐标轴方向的单位矢量 unit vectors in the directions of the cartesian coordinate axes | |
| 11-12.5 | a_x, a_y, a_z a_i | 矢量 \mathbf{a} 的笛卡儿分量 cartesian components of vector \mathbf{a} | $\mathbf{a} = a_x\mathbf{e}_x + a_y\mathbf{e}_y + a_z\mathbf{e}_z = (a_x, a_y, a_z)$, $a_x\mathbf{e}_x$ 等为分矢量。 $\mathbf{r} = x\mathbf{e}_x + y\mathbf{e}_y + z\mathbf{e}_z$ 为径矢 |
| 11-12.6 | $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}$ | \mathbf{a} 与 \mathbf{b} 的标量积或数量积 scalar product of \mathbf{a} and \mathbf{b} | $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z$, $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = a_i b_i = \sum_i a_i b_i$ (参阅 11-12.1 的备注)。 $\mathbf{a} \cdot \mathbf{a} = a^2 = \mathbf{a} ^2 = a^2$ 在特殊场合,也可用 (\mathbf{a}, \mathbf{b}) |
| 11-12.7 | $\mathbf{a} \times \mathbf{b}$ | \mathbf{a} 与 \mathbf{b} 的矢量积或向量积 vector product of \mathbf{a} and \mathbf{b} | 在右手笛卡儿坐标系中,分量 $(\mathbf{a} \times \mathbf{b})_x = a_y b_z - a_z b_y$, 一般 $(\mathbf{a} \times \mathbf{b})_i = \sum_j \sum_k \epsilon_{ijk} a_j b_k$ 对于 ϵ_{ijk} , 参阅 11-6.27 |

| 项号 | 符号,表达式 | 意义或读法 | 备注及示例 |
|----------|---|---|---|
| 11-12.8 | ∇ $\vec{\nabla}$ | 那勃勒算子或算符 nabla operator | 也称矢量微分算子。 $\nabla = e_x \frac{\partial}{\partial x} + e_y \frac{\partial}{\partial y} + e_z \frac{\partial}{\partial z} = e_i \frac{\partial}{\partial x_i}$ 也可用 $\frac{\partial}{\partial \mathbf{r}}$ |
| 11-12.9 | $\nabla \varphi$ grad φ | φ 的梯度 gradient of φ | 也可用 grad φ $\nabla \varphi = e_i \frac{\partial \varphi}{\partial x_i}$ |
| 11-12.10 | $\nabla \cdot \mathbf{a}$ div \mathbf{a} | \mathbf{a} 的散度 divergence of \mathbf{a} | $\nabla \cdot \mathbf{a} = \frac{\partial a_i}{\partial x_i}$ |
| 11-12.11 | $\nabla \times \mathbf{a}$ rot \mathbf{a} curl \mathbf{a} | \mathbf{a} 的旋度 curl of \mathbf{a} | 气象学上称为涡度。 也可用 rot \mathbf{a} , curl \mathbf{a} 。 $(\nabla \times \mathbf{a})_x = \frac{\partial a_z}{\partial y} - \frac{\partial a_y}{\partial z}$, 一般 $(\nabla \times \mathbf{a})_i = \sum_j \sum_k \epsilon_{ijk} \frac{\partial a_k}{\partial x_j}$, 关于 ϵ_{ijk} , 参阅 11-6.27 |
| 11-12.12 | ∇^2 Δ | 拉普拉斯算子 Laplacian | $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$ 若与 11-6.14 中有限增量的符号容易混淆时,就用 ∇^2 |
| 11-12.13 | \square | 达朗贝尔算子 Dalembertian | $\square = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2}$ 式中 c 为电磁波在真空中的传播速度,参阅 GB 3102.6 的 6-6 |
| 11-12.14 | \mathbf{T} | 二阶张量 \mathbf{T} tensor \mathbf{T} of the second order | 也用 $\vec{\vec{T}}$ |
| 11-12.15 | $T_{xx}, T_{xy}, \dots, T_{zz}$ T_{ij} | 张量 \mathbf{T} 的笛卡儿分量 cartesian components of tensor \mathbf{T} | $\mathbf{T} = T_{xx} \mathbf{e}_x \mathbf{e}_x + T_{xy} \mathbf{e}_x \mathbf{e}_y + \dots$, $T_{xx} \mathbf{e}_x \mathbf{e}_x$ 等为分量 |

| 项号 | 符号,表达式 | 意义或读法 | 备注及示例 |
|----------|-------------------|--|--|
| 11-12.16 | $ab, a \otimes b$ | 两矢量 a 与 b 的并矢积或张量积 dyadic product; tensor product of two vectors a and b | 即具有分量 $(ab)_{ij} = a_i b_j$ 的二阶张量 |
| 11-12.17 | $T \otimes S$ | 两个二阶张量 T 与 S 的张量积 tensor product of two tensors T and S of the second order | 即具有分量 $(T \otimes S)_{ijkl} = T_{ij} S_{kl}$ 的四阶张量 |
| 11-12.18 | $T \cdot S$ | 两个二阶张量 T 与 S 的内积 inner product of two tensors of second order T and S | 即具有分量 $(T \cdot S)_{ik} = \sum_j T_{ij} S_{jk}$ 的二阶张量 |
| 11-12.19 | $T \cdot a$ | 二阶张量 T 与矢量 a 的内积 inner product of a tensor of second order T and a vector a | 即具有分量 $(T \cdot a)_i = \sum_j T_{ij} a_j$ 的矢量 |
| 11-12.20 | $T : S$ | 两个二阶张量 T 与 S 的标量积 scalar product of two tensors of second order T and S | 即标量 $T : S = \sum_i \sum_j T_{ij} S_{ji}$ 11-12.1 至 11-12.20 注: 矢量和张量往往用其分量的通用符号表示, 例如矢量用 a_i , 二阶张量用 T_{ij} , 并矢积用 $a_i b_j$ 等等, 但这里指的都是张量的协变分量, 张量还具有其他形式的分量, 如逆变分量、混合分量等 |

2.13 特殊函数符号

| 项号 | 符号,表达式 | 意义或读法 | 备注及示例 |
|---------|----------------------------------|--|---|
| 11-13.1 | $J_l(x)$ | [第一类]柱贝塞尔函数 cylindrical Bessel functions (of the first kind) | 即方程 $x^2 y'' + xy' + (x^2 - l^2)y = 0$ 的特解 $J_l(x) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k (x/2)^{l+2k}}{k! \Gamma(l+k+1)}$ $(l \geq 0)$ 关于 Γ , 参阅 11-13.19 |
| 11-13.2 | $N_l(x)$ | 柱诺依曼函数; 第二类柱贝塞尔函数 cylindrical Neumann functions; cylindrical Bessel functions of the second kind | $N_l(x) = \lim_{k \rightarrow l} \frac{J_k(x) \cos k\pi - J_{-k}(x)}{\sin k\pi}$ 也记作 $Y_l(x)$ |
| 11-13.3 | $H_l^{(1)}(x)$ $H_l^{(2)}(x)$ | 柱汉开尔函数; 第三类柱贝塞尔函数 cylindrical Hankel functions; cylindrical Bessel functions of the third kind | $H_l^{(1)}(x) = J_l(x) + iN_l(x),$ $H_l^{(2)}(x) = J_l(x) - iN_l(x)$ |
| 11-13.4 | $I_l(x)$ $K_l(x)$ | 修正的柱贝塞尔函数 modified cylindrical Bessel functions | $x^2 y'' + xy' - (x^2 + l^2)y = 0$ 的特解 $I_l(x) = i^{-l} J_l(ix),$ $K_l(x) = (\pi/2) i^{l+1} (J_l(ix) + iN_l(ix))$ |
| 11-13.5 | $j_l(x)$ | [第一类]球贝塞尔函数 spherical Bessel functions (of the first kind) | $x^2 y'' + 2xy' + [x^2 - l(l+1)]y = 0$ ($l \geq 0$) 的特解 $j_l(x) = (\pi/2x)^{1/2} J_{l+1/2}(x)$ |
| 11-13.6 | $n_l(x)$ | 球诺依曼函数; 第二类球贝塞尔函数 spherical Neumann functions; spherical Bessel functions of the second kind | $n_l(x) = (\pi/2x)^{1/2} N_{l+1/2}(x)$ 也记作 $y_l(x)$ |

| 项号 | 符号,表达式 | 意义或读法 | 备注及示例 |
|----------|----------------------------------|--|--|
| 11-13.7 | $h_l^{(1)}(x)$ $h_l^{(2)}(x)$ | 球汉开尔函数;第三类球贝塞尔函数 spherical Hankel functions; spherical Bessel functions of the third kind | $h_l^{(1)}(x) = j_l(x) + in_l(x) = (\pi/2x)^{1/2}H_{l+1/2}^{(1)}(x)$, $h_l^{(2)}(x) = j_l(x) - in_l(x) = (\pi/2x)^{1/2}H_{l+1/2}^{(2)}(x)$ 修正的球贝塞尔函数分别写为 $i_l(x)$ 与 $k_l(x)$; 比较 11-13.4 |
| 11-13.8 | $P_l(x)$ | 勒让德多项式 Legendre polynomials | $(1-x^2)y'' - 2xy' + l(l+1)y = 0$ 的特解 $P_l(x) = \frac{1}{2^l l!} \frac{d^l}{dx^l} (x^2-1)^l$ ($l \in \mathbf{N}$) |
| 11-13.9 | $P_l^m(x)$ | 关联勒让德函数 associated Legendre functions | $(1-x^2)y'' - 2xy' + [l(l+1) - \frac{m^2}{1-x^2}]y = 0$ 的特解 $P_l^m(x) = (1-x^2)^{m/2} \frac{d^m}{dx^m} P_l(x)$ ($l, m \in \mathbf{N}; m \leq l$) |
| 11-13.10 | $Y_l^m(\theta, \varphi)$ | 球面调和函数,球谐函数 spherical harmonics | $\frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (\sin \theta \frac{\partial y}{\partial \theta}) + \frac{1}{\sin^2 \theta} \frac{\partial^2 y}{\partial \varphi^2} + l(l+1)y = 0$ 的特解 $Y_l^m(\theta, \varphi) = (-1)^m \times$ $[\frac{(2l+1)}{4\pi} \frac{(l- m)!}{(l+ m)!}]^{1/2} \times$ $P_l^{ m }(\cos \theta) e^{im\varphi}$ ($l, m \in \mathbf{N}; m \leq l$) |
| 11-13.11 | $H_n(x)$ | 厄米特多项式 Hermite polynomials | $y'' - 2xy' + 2ny = 0$ 的特解 $H_n(x) = (-1)^n e^{x^2} \frac{d^n}{dx^n} e^{-x^2}$ ($n \in \mathbf{N}$) |
| 11-13.12 | $L_n(x)$ | 拉盖尔多项式 Laguerre polynomials | $xy'' + (1-x)y' + ny = 0$ 的特解 $L_n(x) = e^x \frac{d^n}{dx^n} (x^n e^{-x})$ ($n \in \mathbf{N}$) |

| 项号 | 符号,表达式 | 意义或读法 | 备注及示例 |
|----------|----------------------|--|--|
| 11-13.13 | $L_n^m(x)$ | 关联拉盖尔多项式 associated laguerre polynomials | $xy'' + (m+1-x)y' + (n-m)y = 0$ 的特解 $L_n^m(x) = \frac{d^m}{dx^m} L_n(x) \quad (m, n \in \mathbb{N}; m \leq n)$ |
| 11-13.14 | $F(a, b; c; x)$ | 超几何函数 hypergeometric functions | $x(1-x)y'' + [c - (a+b+1)x]y' - aby = 0$ 的特解 $F(a, b; c; x) = 1 + \frac{ab}{c}x + \frac{a(a+1)b(b+1)}{2!c(c+1)}x^2 + \dots$ |
| 11-13.15 | $F(a; c; x)$ | 合流超几何函数 confluent hypergeometric functions | $xy'' + (c-x)y' - ay = 0$ 的特解 $F(a; c; x) = 1 + \frac{a}{c}x + \frac{a(a+1)}{2!c(c+1)}x^2 + \dots$ |
| 11-13.16 | $F(k, \varphi)$ | 第一类[不完全]椭圆积分 (incomplete) elliptic integral of the first kind | $F(k, \varphi) = \int_0^{\varphi} \frac{d\theta}{\sqrt{1-k^2 \sin^2 \theta}}$ $F(k) = F(k, \pi/2) \quad (0 < k < 1)$ 为第一类完全椭圆积分 |
| 11-13.17 | $E(k, \varphi)$ | 第二类[不完全]椭圆积分 (incomplete) elliptic integral of the second kind | $E(k, \varphi) = \int_0^{\varphi} \sqrt{1-k^2 \sin^2 \theta} d\theta$ $E(k) = E(k, \pi/2) \quad (0 < k < 1)$ 为第二类完全椭圆积分 |
| 11-13.18 | $\Pi(k, n, \varphi)$ | 第三类[不完全]椭圆积分 (incomplete) elliptic integral of the third kind | $\Pi(k, n, \varphi) = \int_0^{\varphi} \frac{d\theta}{(1+n \sin^2 \theta) \sqrt{1-k^2 \sin^2 \theta}}$ $\Pi(k, n, \pi/2) \quad (0 < k < 1)$ 为第三类完全椭圆积分 |

| 项号 | 符号,表达式 | 意义或读法 | 备注及示例 |
|----------|------------------------|-----------------------------------|--|
| 11-13.19 | $\Gamma(x)$ | Γ (伽马)函数 gamma function | $\Gamma(x) = \int_0^{\infty} t^{x-1} e^{-t} dt \quad (x > 0)$ $\Gamma(n+1) = n! \quad (n \in \mathbb{N})$ |
| 11-13.20 | $B(x, y)$ | B (贝塔)函数 beta function | $B(x, y) = \int_0^1 t^{x-1} (1-t)^{y-1} dt$ $(x, y \in \mathbb{R}; x > 0, y > 0)$ $B(x, y) = \Gamma(x)\Gamma(y)/\Gamma(x+y)$ |
| 11-13.21 | $Ei \ x$ | 指数积分 exponential integral | $Ei \ x = \int_x^{\infty} \frac{e^{-t}}{t} dt \quad (x \neq 0)$ |
| 11-13.22 | $\operatorname{erf} x$ | 误差函数 error function | $\operatorname{erf} x = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-t^2} dt,$ $\operatorname{erf}(\infty) = 1$ $\operatorname{erfc} x = 1 - \operatorname{erf} x$ 称为余误差函数。 在统计学中,使用分布函数 $\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-t^2/2} dt$ |
| 11-13.23 | $\zeta(x)$ | 黎曼(泽塔)函数 Riemann zeta function | $\zeta(x) = \frac{1}{1^x} + \frac{1}{2^x} + \frac{1}{3^x} + \dots$ $(x > 1)$ |

附加说明:

本标准由全国量和单位标准化技术委员会提出并归口。

本标准由全国量和单位标准化技术委员会第七分委员会负责起草。

本标准主要起草人李志深。